

Hertentamen Calculus 2

28 juni 2007, 14.00-17.00 uur.

Per opgave zijn maximaal 1,5 punten te behalen. Totaal: 9 + 1 (gratis) punten.
Het gebruik van de grafische rekenmachine is toegestaan. Echter, antwoorden die uitsluitend m.b.v. de grafische rekenmachine verkregen zijn, worden niet goed gerekend: Alle antwoorden dienen te worden gemotiveerd. Succes!

1. (a) Vul de volgende definitie aan: Een reeks $\sum_{n=0}^{\infty} a_n$ heet convergent als ...
(b) Toon aan dat voor $|r| < 1$:

$$\sum_{n=0}^{\infty} r^n = \frac{1}{1-r}$$

2. Gegeven is de machtreeks

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-3)^n}{n}$$

- (a) Bepaal de convergentiestraal R .
(b) Bepaal alle (reële) x waarvoor de bovenstaande machtreeks convergeert.

3. De functie f wordt gegeven door

$$f(x, y) = \frac{2x^2y}{x^4 + y^2}$$

waarbij $(x, y) \neq (0, 0)$.

- (a) Toon aan dat

$$\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} f(x, y)$$

niet bestaat.

- (b) Bereken de partiële afgeleiden f_x en f_y (voor $(x, y) \neq (0, 0)$).
(c) Beschouw het punt $(x, y) = (1, 1)$. In welke richting daalt f het snelst?

Z.O.Z.

4. (a) Bepaal de Taylor-ontwikkeling van $\cos x$ rondom $x = \pi$
(b) Bereken m.b.v. onderdeel (a)

$$\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos x}{x - \pi}$$

5. Beschouw de integraal

$$\iint_R (3x + 4y^2) dx dy,$$

waarbij het integratie-gebied R bestaat uit alle punten in het xy -vlak die voldoen aan $y \geq 0$ en $1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$

6. (a) Los op:

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = 0$$

- (b) Idem,

$$y''(x) + y'(x) - 2y(x) = \sin x$$